LEIBNIZ Y LOCKE: CONSIDERACIONES SOBRE LOS LÍMITES Y LOS FUNDAMENTOS DEL CONOCIMIENTO HUMANO*

*William de Siqueira Piauí***

*Lauro Iane de Morais****

*Percy Daniel Arce Santos*****

RESUMEN: El presente texto pretende explicar la opinión de Leibniz sobre si la creación y la demostración matemática están fundamentadas, no solo sobre cierta lógica general, que podría expresarse en silogismos y prosilogismos, sino también en reglas de progresión particulares o en determinadas funciones. Si ese es el caso, habría una matemática universal o caracteres matemáticos semejantes, lo cual alteraría definitivamente lo que se pensaba que era el fundamento y alcance del conocimiento humano. Para tal investigación partiremos de la disputa ficticia entre Teófilo, quien es el mismo Leibniz, y Filaletes, quien representa al inglés John Locke y que busca esclarecer la supuesta imposibilidad de establecer la cuadratura del círculo, que ha sido expuesta en los *Nuevos ensayos*.

LEIBNIZ VERSUS LOCKE: SOME REMARKS ON THE LIMITS AND FOUNDATIONS OF HUMAN KNOWLEDGE

ABSTRACT: This paper aims to explain Leibniz's opinion according to which creation and demonstration in mathematics are founded upon a certain general logic that is conversant not only with syllogisms and prosyllogisms, but also with the rules of particular progressions or functions. If this is the case, there would be a universal mathematics or good characteristics, bringing several consequences on what is thought to be the foundation and range of human knowledge. We intend to do such an inquiry mainly using the fictional clash between Theophilus, that stands

* Traducido por Víctor Hugo Rivas Calderón.

** Profesor del Programa de Posgrado en Filosofía y del Departamento de Filosofía de la Universidad Federal de Sergipe.

*** Profesor de la Universidad Estadual do Vale do Acaraú.

**** Doctorando por el Programa de Posgrado en Sociología de la Universidad Federal de Sergipe.

for Leibniz himself, and Philalethes, that stands for the English philosopher John Locke, regarding the alleged impossibility of squaring the circle claimed by the latter, that is portrayed in the *New Essays*.

PALABRAS CLAVE: empirismo, epistemología, filosofía moderna, racionalismo.
KEY WORDS: empiricism, epistemology, modern philosophy, rationalism.

DOI: 10.5347/01856383.0138.000302711

LEIBNIZ Y LOCKE: CONSIDERACIONES SOBRE LOS LÍMITES Y LOS FUNDAMENTOS DEL CONOCIMIENTO HUMANO

Consideraciones iniciales

Llamaremos teoría del conocimiento o epistemología y filosofía del lenguaje, aplicadas a la matemática, a aquello que produjo la inteligencia o capacidad de crear en matemática del filósofo alemán Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Expondremos su opinión, según la cual la creación y demostración matemática, para las cuales el establecimiento de determinados caracteres son fundamentales, se valen de cierta lógica general que podría quedar registrada, tanto en silogismos y prosilogismos, como también en reglas de progresión particulares o en determinadas funciones, lo que indicaría una cierta matemática universal o ciertos caracteres[1]; no podemos olvidar la valoración y consideración de caminos nuevos; dejando ciertas cuestiones para el futuro, tampoco podemos olvidar que no siempre está en nuestro poder resolver o afirmar que es imposible de resolver determinada cuestión, porque alteraría definitivamente lo que se pensaba ser el fundamento y alcance del conocimiento humano. Haremos tal explicación principalmente por medio de la disputa ficticia tratada en sus *Nuevos ensayos*, a partir de las críticas del personaje Teófilo, que en general representan las opiniones de Leibniz, al personaje Filaletes, que representa las opi-

[1] G. W. Leibniz, *Nuevos ensayos sobre el entendimiento humano*, trad. por J. Echeverría Ezponda (Madrid: Alianza, 1992), IV, XVII, §9, y VII, §6, 589 y 406. En adelante NE.

niones del filósofo inglés John Locke, principalmente con relación a la supuesta imposibilidad de establecer la cuadratura del círculo.

I

Una muestra de la presencia, desgraciadamente perjudicial para el avance y adecuado reconocimiento de la ciencia, de temas relacionados con el binomio razón-fe, parece ser lo que queda explícito en la disputa entre los personajes Filaletes y Teófilo con relación a las limitaciones de nuestro conocimiento:

> FILALETES — […] las afecciones mecánicas de los cuerpos no tienen ninguna relación con las ideas de colores, sonidos, olores y gustos, placer y dolor; y que su conexión no depende más que del capricho y de la voluntad arbitraria de Dios *(du bon plaisir et de la volonté arbitraire de Dieu)*. […] emprender una investigación así es perder el tiempo, por miedo que este tipo de creencias perjudiquen el crecimiento de la ciencia.
> TEÓFILO — […] Dicho desánimo produce mucho daño, y de hecho personas muy sabias y muy importantes han impedido los progresos de la medicina por la falsa persuasión de que era esfuerzo perdido trabajar en ello. Si os fijáis en cómo *los filósofos aristotélicos* hablaban de los meteoros, como del arcoíris, por ejemplo, veréis que creían que ni siquiera había que pensar en explicar distintamente dicho fenómeno; y los intentos de Maurolico, y con posteridad de Marco Antonio de Dominis, les parecían algo así como un vuelo de Ícaro. Sim embargo, el paso del tiempo ha desengañado a la gente.[2]

Evidentemente, perdura aquí cierto comportamiento escolástico —el mismo de los "filósofos aristotélicos" del tiempo pasado— respecto de lo que el empirista y ocasionalista Locke, representado por el personaje Filaletes, pensaba del conocimiento que podemos alcanzar en relación con las ideas de los sentidos (colores, sonidos, olores, gustos, placer, dolor etc.),[3] que llegan a nosotros por causalidad debida al

[2] *Ibid.*, IV, III, §28-9, 462-3; las cursivas son nuestras.

[3] Para un estudio que permitiría en parte una estética como ciencia o lógica de lo sensible a la manera de un Baumgarten, véase nuestro articulo: "Da verdade estética: Baumgarten, Leibniz e Descartes", *Ágora filosófica* 6, núm. 2 (2006): 171.

bon plaisir o capricho y voluntad arbitraria o libre de Dios, el "agente infinitamente sabio",[4] es decir, de modo ocasional, lo que llevaría a recusar o negar la posibilidad de un estudio científico. La respuesta del innatista y racionalista Leibniz, representado por el personaje Teófilo, muestra una actitud mucho más optimista sobre lo que podemos o podremos conocer, incluso lo que ya conocemos, si tenemos en cuenta la mención a Francesco Maurolico (1494-1575) y Marco Antonio de Dominis (1560-1624) quienes, en la transición del siglo XVI al XVII, escribieron tratados sobre el arcoíris, relacionados con la cuestión general de la naturaleza de la luz, y por eso también con las cuestiones asociadas a los sentidos (los colores, por ejemplo). La estrategia, que veremos repetirse una infinidad de veces en los NE, será mostrar el desconocimiento de la historia de la ciencia (reciente y próxima) e incluso las posibles consecuencias de los avances más recientes para la medicina, tomando en cuenta que Locke tenía formación en medicina, era inglés y había dicho que usaría el método histórico en su *Ensayo*.[5]

Como fuera, estamos lejos del tipo de enfrentamiento que Leibniz tendrá con Descartes, entre muchos otros "científicos" modernos. ¿Qué decir en lo referente a las críticas que hará al seudocientífico Locke, si el francés, quien también quedó reconocido por haber hecho mucho en óptica e incluso en astronomía, al establecer aquello que sería la base de la revolución de la primera ley de la refracción, no podía ser disculpado, tanto por la poca utilidad general de sus descubrimientos, como por no poder probar adecuadamente las leyes que había encontrado en este ramo en particular? Ya decía el propio Leibniz:

> La única cosa de útil que él [Descartes] creía proporcionar eran telescopios [o lunetas] para ver más próximo, fabricados siguiendo la línea hiperbólica, con los cuales prometió hacernos ver animales en la luna o partes tan pequeñas cuanto los dos animales[6] [...] posteriormente se

[4] John Locke, *Ensayo sobre el entendimiento humano*, trad. por Edmundo O'Gorman (Colombia: FCE, 1994), IV, III, §28, 557.

[5] *Ibid.*, I, I, §2, 17.

[6] Una de las obras que acompañó al *Discurso del método*, además de *Meteoros* y *Geometría*, fue *Dióptrica.* Es un tema que aparece en las partes 9 y 10, que contiene una descripción de los telescopios y lunetas y la metodología para fabricar lentes. Véase también: Leibniz, NE, IV, XVI,

> demostró que la utilidad de la línea hiperbólica no es tan grande como él creía. […] Su *Dióptrica* tiene pasajes admirables, pero también tiene otros insustentables, por ejemplo, todavía fue tanteando a ciegas, pues las razones que ofreció para probar *las leyes de la refracción no valen nada*.[7]

Crítica dura, evidentemente, pero ¿qué decir de quien, al modo de los "filósofos aristotélicos" del tiempo pasado o la gente en general, en una actitud ciertamente perjudicial al progreso de la ciencia, incluso ya en curso y al progreso asociado a muchos de los descubrimientos en el área de la óptica (teorías de la luz, de los colores, para la fabricación de lentes, prismas etc.) o la astronomía (ley de la gravedad universal, teoría de los meteoros, de los cometas, de las mareas, fabricación de lentes para telescopios, microscopios, etc.), volvía a afirmar que es perder el tiempo emprender tales investigaciones, haciendo todo volver a la irracionalidad de una causalidad dependiente apenas del capricho de Dios?

La opinión general de Leibniz será preferir lo más natural y siempre apostar por el descubrimiento de "razones inteligibles", que solo puedan ser descubiertas en el futuro; así, la respuesta definitiva que dará al posicionamiento de Filaletes/Locke será la siguiente:

> TEÓFILO — Lo que pasa es que todavía suponéis [Filaletes] que dichas cualidades sensibles, o mejor, las ideas que tenemos sobre ellas no dependen *naturalmente (naturellement)* de las figuras y los movimientos, sino únicamente del capricho de Dios *(du bon plaisir de Dieu),* que nos proporciona esas ideas. [...] Si en cambio hubiéramos llegado a la constitución interna de algunos cuerpos [con la utilización de microscopios más potentes, por ejemplo], podríamos ver cuándo pueden corresponderles esas cualidades, las cuales serían reducidas por sí mismas a sus [causas o] *razones inteligibles (raison intelligibles)* […]. Sin embargo, a los hombres les ocurre a menudo que buscan *nodum in scirpo*, y que se crean dificultades donde no las hay, preguntándose por aquello que no

---

§12, 571 y el articulo de José Portugal dos Santos Ramos "Demonstração do movimento da luz no ensaio de óptica de Descartes", *Scientiæ Studia* 8, núm. 3 (2010): 421-50.

[7] G. W. Leibniz, "Carta de Leibniz a Molanus sobre Deus e a alma (¿1679?)", trad. por William de Siqueira Piauí *et al.*, *O Manguezal* 1, núm. 7 (2020): 171 y 180. La traducción y las cursivas son nuestras.

> es posible y lamentándose a continuación de su propia impotencia y de los límites de su conocimiento.[8]

Así, es principalmente un error fundado en supuestas impotencias y límites del conocimiento humano y un aumento indebido de dificultades asociadas también a una larga serie de desconocimientos particulares, que guían muchas de las consideraciones hechas por Locke en el *Ensayo*, de ahí que sean ellas las que hacen la base también de su falta de optimismo con relación al alcance del conocimiento científico, incluso el matemático.

Tal vez Locke tuviera alguna razón acerca de lo que es real y precisamente se conocía hasta aquel momento, pero ¿cómo no ver en el estudio de la óptica avances que permitieron, como a su coterráneo y contemporáneo Newton, fabricar telescopios mucho más potentes que las lunetas o anteojos de Galileo o de Descartes, para observar lo que está a distancia extrema, o sea, la macrofísica, la astronomía? O, ¿cómo no ver también, a partir de la creación de microscopios cada vez más potentes, en relación con muchas pesquisas revolucionarias en el área de la botánica e incluso de la medicina, la realización teórica y efectiva de revoluciones en lo extremadamente pequeño, o sea, en la microfísica?[9]

La respuesta del optimista Leibniz vendrá no solo de un reconocimiento, explicitado en varios textos, del avance general de los descubrimientos médicos y ópticos, sino también de la propia creación de las herramientas matemáticas que garantizan un progreso general más seguro y cada vez más intenso, como cuando respondió: "tengo la certeza de que se darán los primeros pasos una vez que el *análisis infinitesimal* nos haya proporcionado lo medios para combinar la geometría con la física, y la *dinámica* nos haya suministrado las leyes generales de la naturaleza".[10]

Tal vez podamos, por lo tanto, al menos comprender mejor la situación general en la que deberíamos colocar parte de tales cuestiones mirando más profundamente la disputa evidentemente ficticia entre Locke

[8] Leibniz, NE, IV, VI, §7, 479-81, las cursivas son nuestras.
[9] Como base para ambas preguntas, véase Locke, *Ensayo*, IV, III, §24, 553-4.
[10] Leibniz, NE, IV, III, §25, 461-462.

y Leibniz, o, dicho de manera más apropiada, entre Filaletes y Teófilo, a veces haciendo el comparativo con Descartes y otros, respecto de lo que ellos pensaban sobre ciertos conocimientos científicos.

II

Escritos en respuesta al *Ensayo sobre el entendimiento humano* de Locke, Leibniz concluyó hacia 1704 los *Nuevos ensayos sobre el entendimiento por el autor del sistema de la armonía prestablecida,*[11] que contiene capítulos homónimos. Sabemos de las duras críticas que Leibniz, innatista y más platónico, hizo siempre a Descartes y a sus seguidores, pero nadie reunió en un solo libro críticas tan sistemáticas, duras y extensas como el Locke de los *Ensayos*, excepto tal vez el *Diccionario* de Bayle considerado en los *Ensayos de teodicea*. Por lo menos desde 1679, Descartes, el genio de la matemática y de la filosofía moderna, y sus seguidores son criticados, entre muchas otras, de la siguiente manera:

> [H]e reconocido por experiencia que quienes son enteramente cartesianos en general no son aptos para la invención *(ne sont guerres propres à inventer),* solo siguen el oficio de los intérpretes o comentaristas de su maestro, como los filósofos escolásticos hicieron con Aristóteles; y en cuanto a descubrimientos tan hermosos *(belles découvertes)* que se hicieron después de Descartes, no hay ninguno que yo sepa que haya sido realizado por un verdadero cartesiano. Conozco un poco a esos caballeros y los desafío a que me nombren una de sus fundaciones. *Esto es una señal de que Descartes no conocía el verdadero método (la vraye Methode) o que no se lo dejó a ellos*. […] Es cierto que Descartes fue un gran genio *(un grand genie)* y que las ciencias le deben mucho, pero no como creen los cartesianos comunes *(le peuple).*[12]

¿Ahora también los cartesianos son comparables a los filósofos aristotélicos del tiempo pasado o a los escolásticos? A pesar de haber escrito una pequeña obra explícitamente sobre el asunto, su famoso *Discurso*

[11] Además de lo que dice en el prefacio; en el capítulo IV, en §13, del mismo libro IV, Leibniz resume su filosofía de la substancia y la armonía prestablecida.

[12] Leibniz, "Carta a Molanus", 170-171. La traducción y las cursivas son nuestras.

del método, Descartes no alcanzó (es lo que Leibniz afirma en muchas otras ocasiones) el verdadero método, especialmente cuando la cuestión es inventar o descubrir; tampoco fue capaz de establecer la matemática universal que al final de los *Nuevos ensayos* Filaletes acepta lentamente que comprendió.[13]

De cualquier modo, si Leibniz dirige esas duras críticas primeramente a uno de los mayores genios de la modernidad y solo después a sus seguidores, ¿qué decir de las que endereza a un filósofo inglés con formación en medicina, que a medida que avanza el libro IV[14] de los NE revela un desconocimiento cada vez más completo de las cuestiones reales de método, las más importantes invenciones y debates científicos de su época y, aún peor, de la matemática, antigua y moderna, qué decir de él, que pretendía valerse del método histórico en su *Ensayo?*[15]

Solamente así podemos comprender qué agresivo y preciso es, entre muchos otros, el siguiente debate entre estos personajes:

> FILALETES — […] *Pero a pesar de todo* [A] *nuestro conocimiento nunca podrá llegar a abarcar todo lo que desearíamos conocer relativo a las ideas que poseemos. Por ejemplo,* [B] *acaso nunca seremos capaces de encontrar un círculo igual a un cuadrado, y saber con certeza si lo hay*.
> TEÓFILO […] — [B'] ya Arquímedes demostró que existe, y que es aquel cuyo lado es media proporcional entre el semidiámetro y la semicircunferencia. Asimismo, determinó una recta igual a la circunferencia del círculo mediante una recta tangente a la espiral, como otros lo hicieron por medio de la tangente a la cuadratriz, forma de cuadratura con la cual Clavius se mostró completamente de acuerdo; ello sin aludir al hilo aplicado a la circunferencia que gira describiendo la cicloide, transformándose en recta. […] *Se trata, pues, más bien, de encontrar la proporción entre el*

[13] Leibniz, NE, IV, XVII, §9, 599. Esto justifica las numerosas incursiones del libro IV, "Sobre el conocimiento", por la lógica silogística, la geometría, la aritmética y el álgebra, incluyendo el cuestionamiento de sus verdaderos fundamentos y sus bases metafísicas; véanse principalmente los capítulos XVI, XVII, XXIX del libro II, capítulo III del libro III, y prácticamente todos los capítulos del libro IV, pero principalmente sus capítulos I, II, VII, XI, XII, XVI, XVII y XXI.

[14] Al comienzo del libro III, Leibniz hace lo mismo con respecto a la falta de conocimientos de Locke sobre las discusiones de lingüistas e historiadores. Basta ver la cantidad de autores y libros citados allí; véanse: *Leibniz e a linguagem (I): línguas naturais, etimologia e história* (Curitiba: Kotter, 2019), 41-76.

[15] Véase: nota 9.

> *cuadrado y el círculo*. Pero [B''] como *dicha proporción no puede expresarse mediante números racionales finitos, ha sido necesario, para seguir utilizando solo los números racionales, expresar dicha proporción por una serie infinita de números, cosa que logré hacer en forma bastante simple*. [...] *pero cuando tenemos que hacérnoslas con cantidades infinitamente variables y que aumentan gradualmente,*[16] no estamos en disposición de hacer lo que queramos, y resulta demasiado trabajoso hacer todo cuanto hace falta para [1] intentar llegar metódicamente *(par méthode)* a encontrar la expresión reducida o [2] *la regla de la progresión (la règle de progression),* la cual nos exime de la necesidad de continuar. Como la utilidad que se saca de esto tampoco compensa por tanto esfuerzo, [3] el éxito que se derivara para quien lo logre ha sido cedido a la posteridad, la cual podrá lograrlo cuando esta complejidad o prolijidad haya disminuido por medio de preparativos [o preparaciones] y nuevas *(par des preparations et ouvertures nouvelles)* formas de platearse el problema, que con el tiempo podrán ser planteadas.[17]

Nuevamente vemos aquella actitud general filaletolockeana [A] de apostar a la limitación de nuestro conocimiento, a pesar de que en el *Ensayo* se vale muchas veces de ejemplos supuestamente sacados de la matemática, y casi siempre muy mal comprendidos —como el [B] de la cuadratura del círculo, al menos tres veces mencionado en el libro IV, capítulos II, III y XVII—, pero, dicho de modo más general, de valerse especialmente de cierta geometría figurativa (empírica o práctica)[18] y cierta aritmética exclusivamente de unidades (empírica o práctica) y de afirmar que va a utilizarse el método histórico.

[16] Esto es lo que requeriría el análisis de una amplia variedad de curvas transcendentes, es decir, no mecánicas, lo que Leibniz había problematizado, entre otros, en los siguientes términos: "Sin embargo, hay cuadraturas particulares de ciertas porciones donde la cosa puede ser tan compleja que no siempre estará *in potestate* hasta ahora de solucionarlas"; "para abrir el camino de las cantidades transcendentes, ya que algunos problemas [geométricos] no son ni planos, ni sólidos, ni supersólidos ni de ningún grado definido, sino que transcienden cualquier ecuación algebraica [más común]"; "en cuyo caso se pueden encontrar innumerables líneas que satisfacen la propuesta, razón por lo cual muchos [como Descartes y algunos cartesianos], considerando el problema no suficientemente resuelto, pensaron que no estaba *in potestate* resolverlo". Véase nuestro artículo: "Leibniz e Descartes: labirintos e análise", *Cadernos espinosanos* 9 (2002): 161-64.

[17] Leibniz, NE, IV, III, §1, 447-8, Las cursivas son nuestras.

[18] Lo que se evidencia, entre otras, en la noción de número basada únicamente en la noción de unidad y en la demonstración geométrica basada en la presentación de la figura o intuición perceptiva de Locke, véase: *Ensayo*, entre otros, el libro II, cap. XVI y libro IV, cap. II.

Así, en primer lugar [B'], la respuesta de Leibniz evidencia que Locke no está en condiciones de comprender los viejos libros, los documentos o monumentos de geometría, como el *Sobre las espirales* de Arquímedes (al que incluso recuerda como el primer matemático en escribir demostrativamente sobre física en *Sobre el equilibrio)* o los de Diofanto, Proclo, Pappus, Apolonio y Euclides,[19] ni los viejos libros de aritmética. Esto revelaría, así como en relación con la óptica, que no conoce la infinidad de obras que se publican en la época, como la de Ismael Bouillaud también sobre la espiral, la de Gregorio de San Vicente[20] sobre la cuadratura del círculo e incluso otras que pretenden ser ediciones críticas, especialmente de los *Elementos*, como la de Christoforos Clavius. Igualmente, en el capítulo I del mismo libro IV Leibniz ya había mencionado a Johannus Scheubelius y Christianus Herlinus, a los cuales volveremos más adelante, y había llamado la atención al hecho de que no son las figuras las que constituyen lo esencial de las demostraciones presentes en los libros, lo que también vale aquí, sino la aplicación de cierta lógica que apunta a una matemática universal que puede quedar registrada incluso en silogismos y prosilogismos,[21] lo que justificará las sucesivas vueltas y el examen profundo de la lógica aristotélica. "En efecto, la lógica es tan apta para la demonstración como la geometría, y se puede decir que la lógica de los geómetras, o la manera de argumentar de Euclides, tal como explicó y estableció respecto a las proposiciones,

[19] Leibniz, NE, IV, II, §12, 439.

[20] *Ibid.*, IV, XVII, §13, p. 591.

[21] Ya hemos señalado la prueba de la validez universal del cálculo que utiliza algo similar a la segunda figura del silogismo, pero que llega a proposiciones recíprocas y por eso se puede hacer tanto el camino sintético como el analítico de demostración: "a saber: $\int pdy=\frac{1}{2}x^2$ (¿A es C?). Por medio de $pdy=xdx$, muestra que: $\int pdy=\int xdx$ (A es B). Por medio de $\frac{1}{2}x^2=xdx$, muestra que $\frac{1}{2}x^2=\int xdx$ (C es B). Y por medio de $pdy=\frac{1}{2}x^2$, concluye que: $\int pdy=\frac{1}{2}x^2$ (entonces, A es C)". Leibniz no solo encontró y explicitó el término medio $\int xdx$ (podemos decir que el teorema fundamental del cálculo estaba en germen aquí), sino que, además, aclaró qué proposiciones intermedias eran necesarias para comprender los pasos de la prueba. Quedaba por dar respuesta a la cuestión filosófica sobre la realidad o significación de los caracteres *dx, dy, dz*, por ejemplo, cómo el infinitésimo se relacionaba con el triángulo característico y cuál era el estatuto ontológico de ambos, lo que incluso conduciría a aquel laberinto que interesaba más a los filósofos, o sea, lo del continuo y los indivisibles que constituyen sus elementos. Véase: G. W. Leibniz, *Ensaios de Teodiceia*, trad. por William de Siqueira Piauí y Juliana Cecci Silva (São Paulo: Estação Liberdade, 2013), 49.

son una extensión o aplicación particular de la lógica general”.[22] Por lo tanto, deberíamos valernos de una amplia gama de métodos, lo que constituiría una lógica general mucho más amplia, sin olvidar la advertencia de que es preciso tener mucho más cuidado del que los modernos en general tuvieron al criticar la lógica aristotélica. Se trata de examinarla y mantener lo que es universalmente firme y también lo que puede ser usado en casos particulares.

Y, en segundo lugar [B’’], la respuesta de Leibniz evidencia que Locke tampoco está en condiciones de comprender los problemas más recientes de la aritmética, como los dejados por Diofanto, que trataron de resolver Escipión Ferreo, Luis de Ferrara, Descartes o Newton, problemas en que los números no coinciden con unidades, como las fracciones, los negativos y los trascendentes,[23] y aún más si tales problemas envuelven alguna idea de infinito, como sumas de fracciones que van al infinito o algo que varíe al infinito y suba de grado en grado como los trascendentes o como en las raíces de números negativos, consideradas cantidades imposibles por la mayoría de los matemáticos modernos.[24] También por eso Locke revela que no conoce o no es capaz de comprender muchas de las obras contemporáneas, incluso una álgebra posterior a Vieta, y que, cuando no son nuevas ediciones, proceden de rescates de las antiguas o son soluciones totalmente nuevas para problemas antiguos o problemas nuevos que exigen [3] preparativos y nuevos caminos e invenciones matemáticas. Al constatar que no son las unidades las que

[22] Leibniz, NE, IV, II, §12, 440. Solo queda ir más allá de lo que también Euclides ya había hecho más que evidente, es decir, salir del razonamiento geométrico práctico/empírico (*Ibid.*, IV, I, §9 y XVII, §13, 429 y 590) y llegar a un cálculo geométrico cualitativo, como un análisis de la situación, por ejemplo, capaz de servir también de herramienta para avalar toda la geometría antigua; una especie de semiótica de las matemáticas en el sentido de Newton. Da Costa, *Introdução aos fundamentos da matemática* (São Paulo: HUCITEC, 2008), 71.

[23] Leibniz, NE, II, XVI, §4 y IV, II, §13, 174 y 590.

[24] Véase: parte 2, “Equações cúbicas, irredutibilidade e as raízes imaginárias”, de nuestro artículo “Uma introdução histórico-filosófica aos números complexos”, *Theoria, revista eletrônica de filosofia* VII, núm. 7 (2015): 172. En los NE IV, I, §9 y IV, III, §18, Leibniz recuerda haber diseñado el mismo tipo de regla que nos permitirían comprender la construcción de las tablas en *De arte combinatoria;* como ejemplo, podemos mencionar la tabla IV del problema 4, que se construye de acuerdo con una regla que hoy llamaríamos factorización, véase: G. W. Leibniz, *Mathematische Schriften*, ed. por C. J. Gerhardt (Hildesheim, 1962), 61.

constituyen lo esencial de los objetos de la aritmética, y que las demostraciones en aritmética se valen de cierta lógica que también podría quedar registrada en silogismos y prosilogismos, de preferencia en [2] reglas de progresión particulares, cálculos legítimos o funciones,[25] Descartes, siguiendo la vía de Vieta, o sea, la del álgebra especiosa o mixta,[26] ya había reducido muchas de las líneas o figuras geométricas más importantes y por eso es reconocido como el padre de la geometría analítica.

Así, Leibniz cita otros autores, sea porque eran importantes matemáticos, contemporáneos o antiguos, o bien porque habían producido ediciones importantes y se valían de silogismos o prosilogismos, de álgebra especiosa o mixta, en relación con textos y documentos fundamentales de la historia de la matemática.

Más allá del desconocimiento evidente de la historia de la matemática y, también por eso, debido a su incapacidad de comprender que hay problemas en relación con el conocimiento, que de hecho podemos alcanzar e incluso que ya poseemos la solución en algunos casos, al menos hay dos cosas fundamentales aquí: primero, Locke está comprometido, ya sea con una geometría práctica/empírica[27] que depende demasiado de la figura/imaginación/memoria, que haría hasta recordar a los egipcios y babilonios, o bien con una aritmética practica/empírica[28] que también depende demasiado de la unidad/imaginación/memoria; las cuales en caso de haber sido seguida por los matemáticos, jamás tendríamos el cálculo o análisis de la situación, las geometrías no euclidianas o el campo de los números imaginarios, para decir poco. De cualquier modo, es principalmente por eso que el autor del *Ensayo* será incapaz de considerar solucionados muchos problemas matemáticos que él pensaba que todavía marcaban los límites del conocimiento.

La pregunta sobre si hay o no un círculo igual al cuadrado o de la cuadratura del círculo, fantasma de muchos filósofos o supuestos matemáticos de la época, ya había sido redimensionada y transformada:

[25] Véase nuestro artículo: "Leibniz e a Biologia: notas introdutórias", *Helius* III, núm. 2 (2020): 430*ss*.

[26] Leibniz, NE, IV, VII, §6 y XVII, §13, 488 y 590.

[27] *Ibid*., IV, II, XII y XII, §6, 441 y 543.

[28] *Ibid*., II, XVI, §4, 174.

existe una proporción entre el cuadrado y el círculo, cuestión hacía mucho tiempo resuelta y que encontró nuevas formas a partir de la matemática moderna, con la cual Leibniz contribuyó al menos de dos modos: primero, cuando afirma haber encontrado "en forma bastante simple" en su "cuadratura aritmética", aquella proporción particular que "no puede expresarse mediante números racionales finitos" y exige "para seguir utilizando solo números racionales" ser expresada "por una serie infinita de números" (recuerdo de un texto publicado alrededor de 1674).[29] Segundo, cuando afirma la facilidad con que la curva mecánica del círculo y una infinidad de otras, incluyendo algunas transcendentes, pueden ser resueltas a partir de su nuevo cálculo diferencial; lo que no solo revela una vez más el desconocimiento de lo que acontecía en la ciencia de su época, sino también que no podría llamar a Locke para ser el árbitro de su inventiva en el descubrimiento, por [1] otros métodos o a partir de [3] nuevos preparativos y nuevas formas de plantearse el problema de dicha proporción.

Por tanto, otra cosa que queda en evidencia en la respuesta que Leibniz da a la problematización lockeana del conocimiento en general y científico en particular, que citamos aquí al mencionar la expresión "nuevos preparativos y nuevas formas de plantearse el problema", se refiere a las bases de la afirmación "que con el tiempo podrán ser planteadas". Justamente un modo de tener cuidado también con el exceso de confianza en cuanto a supuestas soluciones que habrían sido encontradas en relación con, entre otras cosas, otros tipos de cuadratura, o como decía el propio Leibniz:

> Pero en determinadas partes existen cuadraturas particulares, en las cuales la cosa pueda estar tan oculta que no siempre se estará *in potestate* para

[29] Una referencia a su texto *Quadrature arithmétique*, en lo que, para una circunferencia de diámetro 1, por lo tanto, de radio 0.5, la cuadratura se puede expresar como $\frac{\pi}{4}=\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}$ (obviamente, la suma resta va al infinito). Véase: "Cuadratura aritmética"; en G. W. Leibniz, *Escritos matemáticos*, trad. por M. S. de Mora Charles (Granada: Comares, 2014), 93-105. En lo que sigue, los problemas asociados con la cuadratura del círculo se reducirían al estudio por derivación o integración de la función $f(x) = \mp\sqrt{r - x^2}$.

> desarrollarla, al menos hasta el momento.[30] También suele ocurrir en los números y en las figuras que la indicción nos presenta resultados para los cuales todavía no ha sido descubierta su razón general; y estamos muy distantes de haber llegado a la perfección en el análisis geométrico y numérico, como algunos habían llegado a imaginarse, a partir de las habladurías *(les gasconnades)* de algunos, por demás muy sabios, pero demasiados precipitados o demasiados ambiciosos.[31]

Para Leibniz, muchos de los problemas matemáticos, y el ejemplo de la cuadratura de curvas en general es paradigmático, deben esperar a que se formulen nuevos preparativos y posibilidades de solución, como también los problemas relacionados con la solución de ecuaciones de grado superior a cuatro deben esperar la llegada un arte más general capaz de superar las dificultades del álgebra de su época.[32] Solamente los habladores *(les gasconnades)* creían pronto y con demasiada facilidad, pero indebidamente, que estaban en condiciones de decir que ya poseían ese arte; por el contrario, no está en poder de nadie llegar con esos métodos a la solución de los problemas. Fue justamente el caso de Descartes que, a partir de sus métodos, afirmó la supuesta imposibilidad de resolver curvas no mecánicas y la supuesta posibilidad de resolver ecuaciones superiores al cuarto grado. Tal es el telón de fondo de algunas de las críticas de Leibniz al nada matemático Locke y al genio Descartes y sus seguidores, o como él mismo ya había dicho:

> Queda por mencionar algo de las otras ciencias que intentó Descartes […] Comenzaré por la geometría, ya que se cree que este es el punto fuerte del señor Descartes. Hay que hacerle justicia, era un hábil geómetra, pero no hasta borrar a los demás. Hace creer que leyó a Vieta;[33] sin embargo, Vieta

[30] Lo que obligó a Leibniz a utilizar una ecuación auxiliar para resolver ciertas curvas transcendentes, como "$0 = a + bx + cy + exy + fx^2 + gy^2$", tomando x como abscisa y y como ordenada; Véase nuestro artículo: "Matemática e metafísica em Leibniz: o cálculo diferencial e integral e o processo psíquico-metafísico da percepção", *Theoria, revista eletrônica de filosofía,* núm. 5 (2010): 9.

[31] Leibniz, NE, IV, II, §7, 437-438.

[32] *Ibid*., IV, XVII, §13, 590.

[33] Véase: Leibniz, 1992 [NE, IV, XVII, §13], 590.

> dijo mucho […]. [Descartes] habla de geometría con una arrogancia insoportable *(une hauteur insupportable). Dijo con mucho orgullo (hardiment) que con su método es posible resolver todos los problemas*. No obstante, se vio obligado a reconocer, *primero, que los problemas de la aritmética de Diofanto no estaban en su poder* [*solucionar*] *y, segundo, que el inverso de las tangentes también lo rebasaba.* Me parece que pocos cartesianos entenderán lo que quiero decir, pues hay pocos geómetras excelentes entre ellos; [los cartesianos] se contentan con solucionar algunos problemas menores a partir de los cálculos de su maestro, y *solo dos o tres grandes geómetras de nuestro tiempo*, que comúnmente se cuentan entre ellos, *entienden lo que acabo de decir para ser considerados cartesianos*.[34]

Nuevamente, el texto termina diciendo que los cartesianos, como los aristotélicos del pasado, ni siquiera serían capaces de entender de qué se trata, tal vez con la excepción de Tschirnhaus o Claude Hardy,[35] lo que les impidió avanzar en la parte más sublime, más útil y, evidentemente, más reciente de la geometría, como la que considera las inversas de las tangentes.

Por tanto, la precisión en la enunciación técnica de los puntos criticados revela que no se trata solo de una conversación con alguien que no sabe nada de matemática o de historia, y también es evidente que si Leibniz tenía algún nuevo camino o solución para parte de los problemas mencionados, solamente dos o tres geómetras de los dichos cartesianos, con los cuales incluso se correspondía, serían capaces de comprenderlas.

III

Dicho esto, ahora asociemos las *Meditationes de cognitione, veritate et ideis*[36] de 1684 y los *Nuevos ensayos* de más o menos 1704, para hablar de dos modos diferentes de la lógica general que debe formar la base del

[34] Leibniz, “Carta a Molanus”, 176-177. La traducción y las cursivas son nuestras.
[35] Leibniz, NE, IV, VII, §4, 486.
[36] *Meditaciones*, en el sentido de reflexiones, *sobre el conocimiento, la verdad y las ideas*, en *Die philosophischen Schriften,* ed. por C. J. Gerhardt (Hildesheim, 1960); en adelante MCVI.

conocimiento cierto o demostrativo, especialmente el geométrico, en oposición al que contendría ideas engañosas:

> Por otro lado, no debemos desdeñar como criterio de verdad de los enunciados las reglas *[regulae]* de *la lógica común [communis logicae],* que también utilizan los geómetras, es decir, *que nada se admita como cierto a menos que sea probado por medio de una experiencia precisa o una demostración firme [ut scilicet nihil admittatur pro certo, nisi accurata experientia vel firma demonstratione probatum]*. La demostración firme, de hecho, es la que observa *lo que prescribe la forma lógica*, no como si los silogismos estuvieran ordenados a la manera de las escuelas (como los que Christianus Herlinus y Conradus Dasypodius formularon en [sus] primeros seis libros de Euclides), sino al menos como un argumento que concluye por la fuerza de la forma *[sed ita saltem ut argumentatio concludat vi formae]; los argumentos que fueran concebidos [conceptae] en la debida forma* [*in forma debita*] *pueden decirse, además, como un ejemplo [exemplum] de algún cálculo legítimo [calculum aliquem legitimum].* Y, así, no se debe descuidar ninguna premisa necesaria, y todas las premisas deben estar ya demostradas o por lo menos equivaler a las hipótesis asumidas, en cuyo caso la conclusión también sería hipotética. Los que observen esto con diligencia, muy fácilmente podrán protegerse *[cavebunt]* de ideas engañosas *[ideis deceptricibus]*.[37]

Cuando incluyen el infinito, las reglas de progresión son siempre muy difíciles de encontrar, incluso las que son necesarias para encontrar una infinidad de transcendentes o resolver las ecuaciones con grado superior a cuatro, son nuevos ejemplos de cálculos legítimos, y podemos al menos estar seguros de la validez de los razonamientos en que se basan. Si se hace con rigor, la defensa de tal lógica general asumirá más específicamente, a partir de la historia de la geometría y también de sus historiadores, la siguiente forma nueva en los NE:

> TEÓFILO — [...] Pero si se pone por escrito una demostración larga, como lo son, por ejemplo, las de Apolonio, y se repasan todas sus partes, como si se examinase una cadena, eslabón por eslabón, los hombres pueden llegar

[37] Leibniz, *MCVI*, 426. La traducción y las cursivas son nuestras. Véase también: G. W. Leibniz, *Escritos filosóficos,* trad. por Ezequiel de Olaso *et al.* (Madrid: Mínimo Tránsito, 2003), 316.

> a tener seguridad en sus razonamientos: para lo cual existen, además, las pruebas, y el éxito final lo justifica todo. […] Todo esto nos permite comprender que los hombres pueden llegar a poseer demostraciones rigurosas sobre el papel, *y sin duda tienen infinidad de ellas*. *Pero si no se acuerdan de que las han realizado con todo rigor [parfaite rigueur], no pueden llegar a poseer certeza en el espíritu*. Dicho rigor consiste en una *regulación [règlement]* tal que la observación hecha sobre una parte cualquiera constituye siempre una garantía por lo que respecta a la totalidad; al modo en que, al examinar la cadena por sus eslabones, viendo cada uno para comprobar si está firme, y tomando medidas para no saltarnos ninguno, conseguimos estar seguros de la solidez de la cadena. Procediendo así podemos lograr toda la certeza que pueda haber para las cosas humanas.[38]

Leibniz concluye volviendo a la cuestión de la real utilidad de las figuras, de la reducción a silogismos y prosilogismos y recordando algunos de los geómetras editores de la obra de Euclides:

> La fuerza de la demostración es independiente de la figura trazada, la cual solo sirve para facilitar la inteligencia de cuanto se quiere decir, y para fijar la atención; quienes mantienen el razonamiento son las proposiciones universales, es decir las definiciones, los axiomas y los teoremas ya demostrados, y lo mantendrían aun cuando no hubiese figura. Por eso, un sabio geómetra, [Johannus] Scheubelius, presentó las figuras de Euclides desprovistas de las letras que las relacionan con la demostración adjunta; y [Christianus] Herlinus redujo todas esas demostraciones a silogismos y prosilogismos.[39]

La estructura referente al uso de las definiciones, axiomas, teoremas, proposiciones universales es lo que se desprende de la mayor parte de los antiguos libros de geometría y de los libros contemporáneos de Locke. Teniendo en vista los esclarecimientos en cuanto al uso de figuras en geometría, resta, pues, volver a hablar del conocimiento referente a la claridad y la distinción, cuando se trata del álgebra; pero aquí es necesario abandonar nuevamente al seudomatemático o historiador de ella,

[38] NE IV, I, §8-9, 427-429.
[39] *Ibid.*, §1, 429.

Locke, y hacer otra síntesis de los matemáticos que habrían contribuido a un arte más general, que debería formar su base. Si avanzamos, en el mismo libro VI de los NE, veremos a Leibniz hablar de las limitaciones del álgebra en los siguientes términos:

> Esta dificultad [que Descartes pensó que había encontrado la solución a las ecuaciones superiores a cuatro grados] hace ver que *ni siquiera las ideas más claras y más distintas*[40] *nos proporcionan siempre todo cuanto queremos y cuanto se podría sacar de ellas*, lo cual hace pensar que el álgebra está lejos de ser el arte de inventar, ya que precisa un arte mucho más general: se puede decir también que el álgebra especiosa general, es decir, el arte de los caracteres, supone un auxilio maravilloso, porque *descarga la imaginación*. Viendo los libros de aritmética de Diofanto y los de geometría de Apolonio y Pappus, no cabe la menor duda de que los antiguos llegaron a obtener algunos resultados en este sentido. Vieta le ha dado una amplitud mayor, expresando no solo lo que se quiere obtener, sino también los números dados, mediante caracteres generales, con lo cual hace al calcular lo que ya Euclides hacía al razonar, y Descartes ha extendido la aplicación de dicho cálculo a la geometría, representando las líneas mediante ecuaciones.[41]

Más allá de todos los ejemplos extraídos o pensados a partir de la lógica silogística y después de haber problematizado, pero solo después de haber "demostrado" que "uno y uno son dos"[42] es en realidad la definición de dos o, lo que implica el mismo tipo de razonamiento, que dos más dos es la definición de cuatro,[43] es justamente con el objetivo de hacer comprender a Filaletes/Locke cuál es la base de esta ciencia creada por Vieta y también por Descartes que Leibniz proporciona también otra manera de comprender la lógica general o matemática universal y también una buena caracterización con un ejemplo que se vale de un arte no tan general, esto es, de una especiosa mezcla de caracteres y números. Con ese objetivo, pues, hace un cálculo minucioso y sin tener

[40] Por eso nuestra mención a MCVI y al capítulo XXIX, libro II, de los NE.
[41] NE IV, XVII, §13, 592. Las cursivas son nuestras.
[42] *Ibid.*, IV, VII, §6, 488.
[43] *Ibid.*, §10, 492.

que contar con los dedos de la mano ni recurrir a la noción de número-unidad, de la solución del problema general "encontrar dos números cuya suma", o a, "sea un número dado", o x, "y cuya diferencia", o b, "sea asimismo otro número dado", o v,[44] que determina con una especiosa mixta, o sea, dado también que $x = 10$ y $v = 6$, y $a = 8$ y $b = 2$, a partir, evidentemente, de la fórmula o cálculo general $(a + b) + (a - b) = x + y$, fórmula que ofrece un "*canon* general" o un "teorema" ahora más próximo de lo que sería la base del álgebra o de la especiosa.

Así, con los fundamentos del álgebra especiosa a la Vieta y llevando al máximo la imaginación, comprendemos que es posible evitar muchos problemas también asociados al problema clásico de la filosofía del lenguaje referente al significado de las expresiones que utilizamos en nuestros cálculos:[45] en matemática no importa tanto saber a qué cosas, entendidas como unidades o figuras, se refiere un carácter. De ahí la utilidad general también de las raíces imaginarias y de las relaciones que no suponen la inclusión del predicado en sujeto.[46]

Consideraciones finales

Por fin, de lo que desprendemos de los textos de Leibniz parece que podemos sacar al menos tres conclusiones: primero, que el conocimiento asociado a figuras (geometría) y unidades (aritmética) no debe depender exclusivamente de la imaginación o los recuerdos; segundo, que cuando estamos en posesión de ideas claras y distintas todavía no podemos tener certeza de nada; tercero, en aritmética, geometría y álgebra nos valemos de múltiples pensamientos ciegos o sordos y de diversas reglas de progresión o funciones, por eso mismo, persiste la posibilidad de estar equivocados, pero también de avanzar sin límites. Ante la posibilidad de cometer tantos errores y dado el estado actual de la matemática, ¿qué

[44] *Ibid.*, §6, 488-489.

[45] Locke, *Ensayo*, IV, III, §19 y 28, 548 y 557. "TEÓFILO — […] No siempre podemos disponer de la ayuda de las figuras, como en geometría; pero el *álgebra muestra que es posible realizar grandes descubrimientos sin tener que recurrir siempre a las ideas mismas de las cosas*". NE IV, III, §28, 464.

[46] Véanse: §§46 y 55 de la última carta a Clarke.

remedios hay? En parte, los enunciados en las *Meditaciones sobre el conocimiento, la verdad y las ideas*, que fueron retomados explícitamente en el capítulo XXIX del libro II de los *Nuevos ensayos*, pero también en los enunciados del libro IV; entre otros, que las demostraciones en matemática, para las cuales la escritura y utilización de caracteres muy determinados son fundamentales, se valen de cierta lógica general que podría quedar registrada inclusive en silogismos y prosilogismos. Y también hay reglas de progresión particulares o determinadas funciones o cálculos legítimos, lo que siempre apunta a cierta matemática universal o buena característica,[47] sin olvidar que no siempre está en nuestro poder resolver o decir que es imposible resolver determinada cuestión, que debemos estar atentos a los preparativos y oportunidades nuevas, dejando ciertas cuestiones para cuando sea posible resolverlas con menor esfuerzo. Todo contribuye a revisar los fundamentos y límites del conocimiento humano, en general, y, con buena disposición, para ampliarlos.

Así, y para concluir, ahora podemos volver al problema supuestamente sin solución de la cuadratura, con la mención a otro descubrimiento de Leibniz, que Locke tampoco estaba en condiciones de comprender:

> Sin embargo, todavía *después del descubrimiento de nuestra álgebra moderna*, el señor Bouillaud (Ismael Bullialdus), excelente geómetra que yo conocí en París, seguía asombrándose de las demostraciones de Arquímedes sobre la espiral, y no podía comprender cómo a ese gran hombre se la había ocurrido utilizar la tangente de esta línea para *medida del círculo*. El padre Gregorio de San Vicente parece haberlo adivinado, al pensar que se debió al paralelismo de la espiral con la parábola. *Pero esta vía es puramente particular, mientras que el nuevo cálculo de los infinitesimales*, que procede por la vía de las diferencias, que yo he descubierto y comunicado al público,[48] *proporciona una vía general, en la cual este descubrimiento por medio de la espiral no es más que un juego y uno de los ensayos más sencillos, como casi todo lo que se había descubierto antes en materia de medidas de curvas*. La razón de las ventajas *de este*

[47] NE, IV, XVII, §9 y VII, §6, 397 y 490.
[48] Véase nuestro artículo: "Matemática e metafísica em Leibniz", 1.

> *nuevo cálculo consiste también en que descarga a la imaginación de los problemas que Descartes excluyó de su geometría*, con el pretexto de que por lo regular conducían a lo mecánico, pero en el fondo porque no eran adecuados a su cálculo.[49]

Ciertamente menos simple de ser comprendido que la cuadratura aritmética, pero mucho más económico y general dado que no se reduce a las curvas mecánicas como el círculo, sino que se extiende a una infinidad de ellas, especialmente cuando se apoya en ecuaciones auxiliares para tratar ciertas transcendentes. Se trata, evidentemente, de la creación de lo que hoy conocemos como el cálculo diferencial o cálculo por vía de las diferencias, y el cálculo integral, con el cual Leibniz inventó o descubrió una forma totalmente independiente de Newton y que, después de muchos estudios y ensayos, publicó en un artículo de 1684 titulado *Nova methodus pro maximis e minimis, itemque tangentius, quae nec fractas nec irrationales quantitas moratur, et singulare pro illius calculi genus*, el mismo año del artículo *Meditationes*, y que probablemente es el origen del artículo de 1686, *De geometria recondita et analysi indivisibilum atque infinitorum,*[50] el mismo año en que publicó el *Discurso de metafísica*, y que ciertamente son el origen de muchas afirmaciones y problematizaciones que aparecen ahí y que se refieren también al fundamento y alcance del conocimiento humano. Estos artículos no solo revolucionaron las matemáticas y las ciencias de su época, sino que también impusieron, aparte de una actitud rigurosa, una amplia diversificación de métodos o tipos de cálculo, toda una nueva filosofía del lenguaje y epistemología: nuevos ensayos sobre el entendimiento humano, o sea, nuevos ensayos también sobre los nuevos fundamentos y límites del conocimiento humano.

[49] NE, IV, XVII, §13, 592-593.

[50] Véase: Leibniz, *Escritos matemáticos*, cap. III-5 y III-6, 311-329, y Leibniz, *La naissance du calcul différentiel,* trad. por Marc Parentier (París: J. Vrin, 1995), cap. III y V, 96-117 y 126-143.